Mystère et boule de chiffres

Surmonter les troubles d'apprentissage en mathématiques

Eloïse Eusebio-Christe - Logopédiste

Au programme

1 Définition

2 Triple code

3 Code oral

4 Dénombrement

5 Numération

6 Transcodage

7 Arithmétique

Définition

Dysfonctionnement développemental des structures électivement dédiées aux nombres et au calcul.

Prévalence entre 3 à 7%.

Définition DSM V

4 critères:

- Les difficultés sont persistantes et durent au moins 6 mois malgré la mise en place de mesures ciblant ces difficultés.
- Les difficultés interfèrent significativement avec les performances scolaires, professionnelles ou avec les activités de la vie courante.
- Les difficultés d'apprentissage débutent au cours de la scolarité.
- Les difficultés ne s'expliquent pas mieux par d'autres origines possibles (déficience intellectuelle ou sensorielle, une importante déprivation éducative, un enseignement inadéquat ou une maîtrise insuffisante de la langue d'enseignement).

En préambule

Efficacité des interventions en maths

Synthèse de recherche, Cattini J. & Lafay A., 2021

- Ce qui fonctionne le mieux :
  - interventions explicites :
    - modeling,
    - étayage avec effacement progressif,
    - mise en pratique guidée,
    - travail en autonomie et révision.

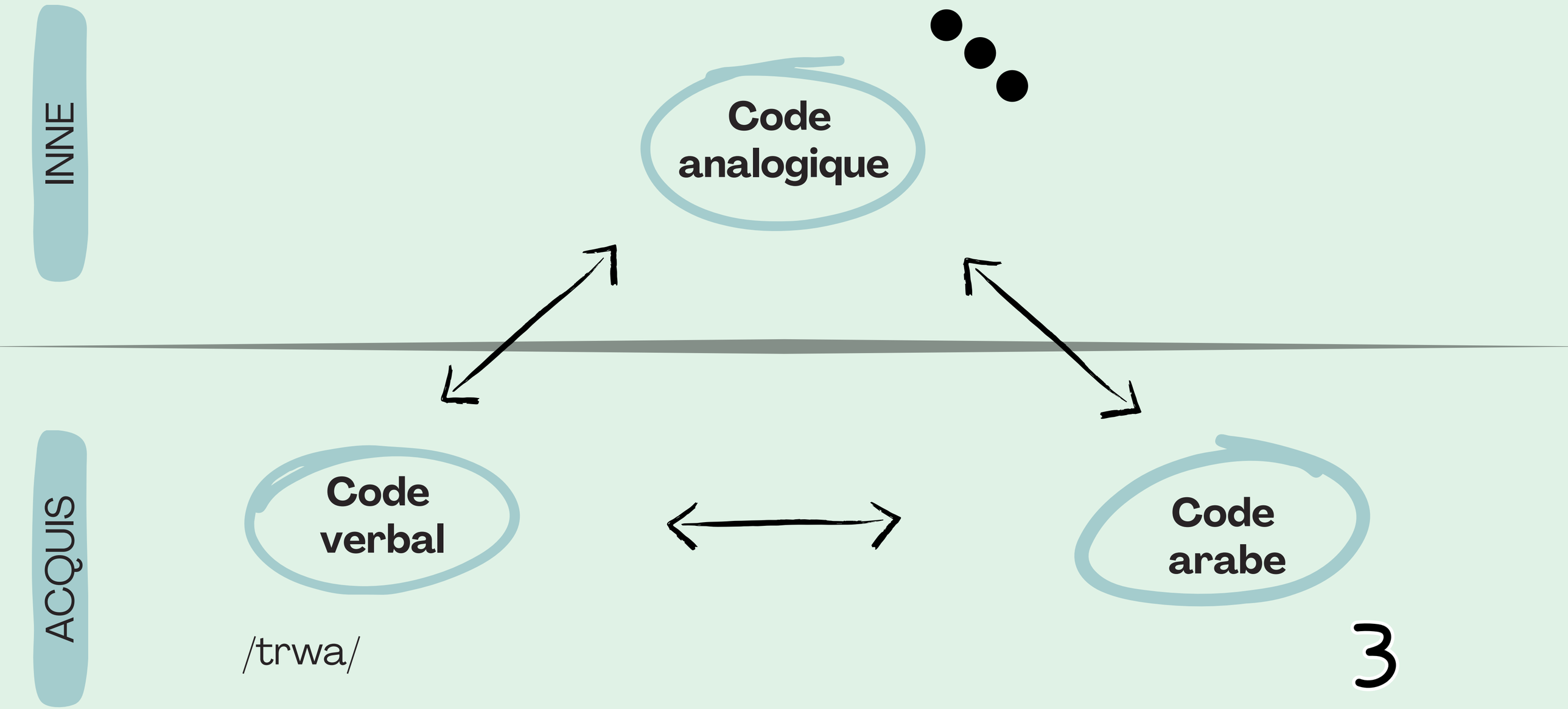
- Ce qui n’a pas été validé comme efficace :
  - interventions basées sur l’approche constructiviste.

Le triple code

Dehaene, 1992

INNE

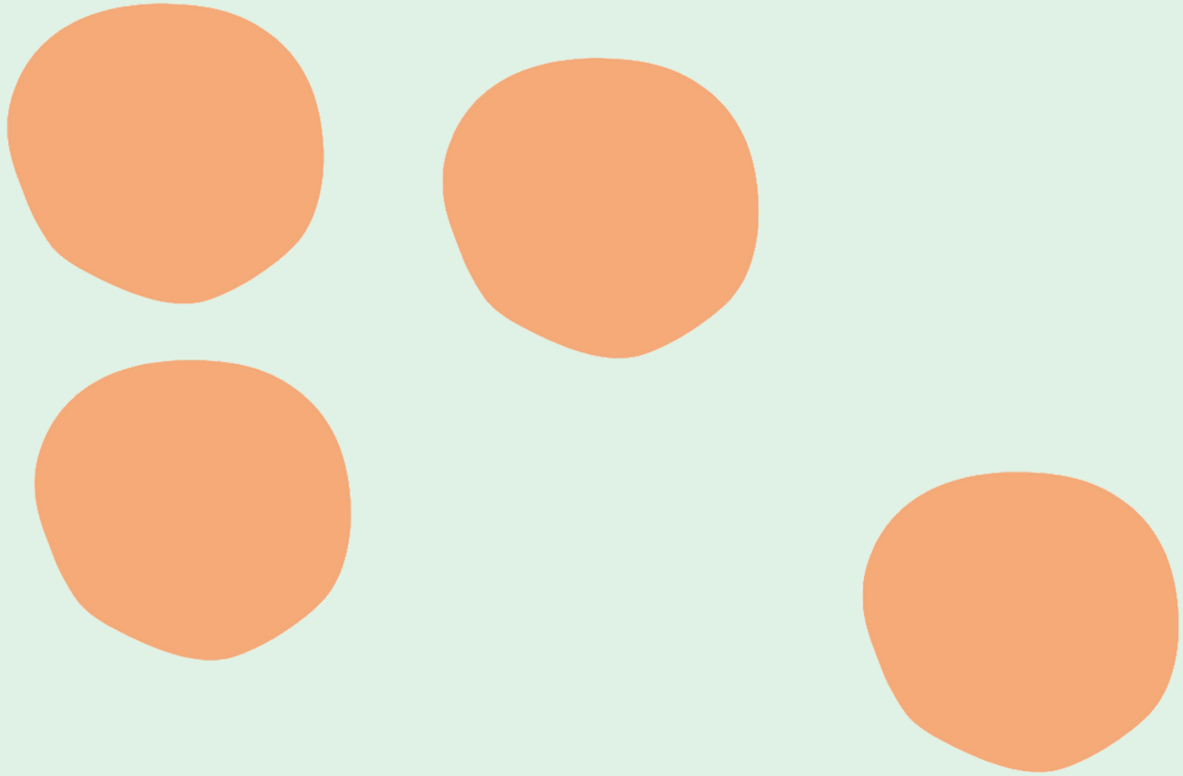
ACQUIS

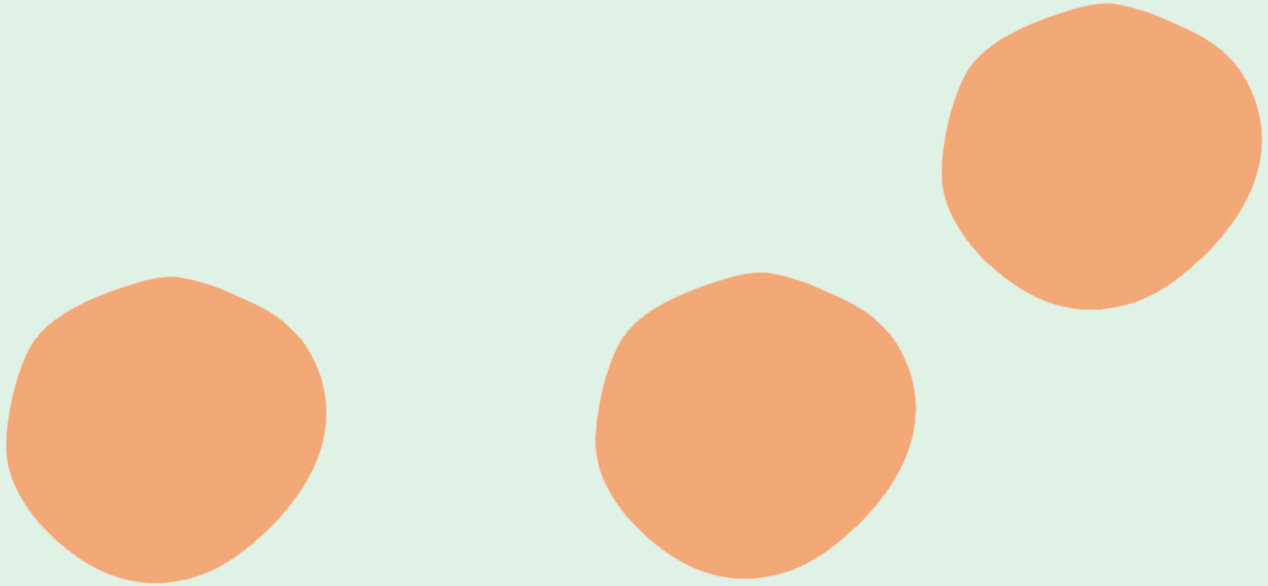


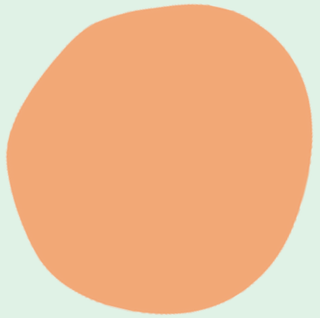
/trwa/

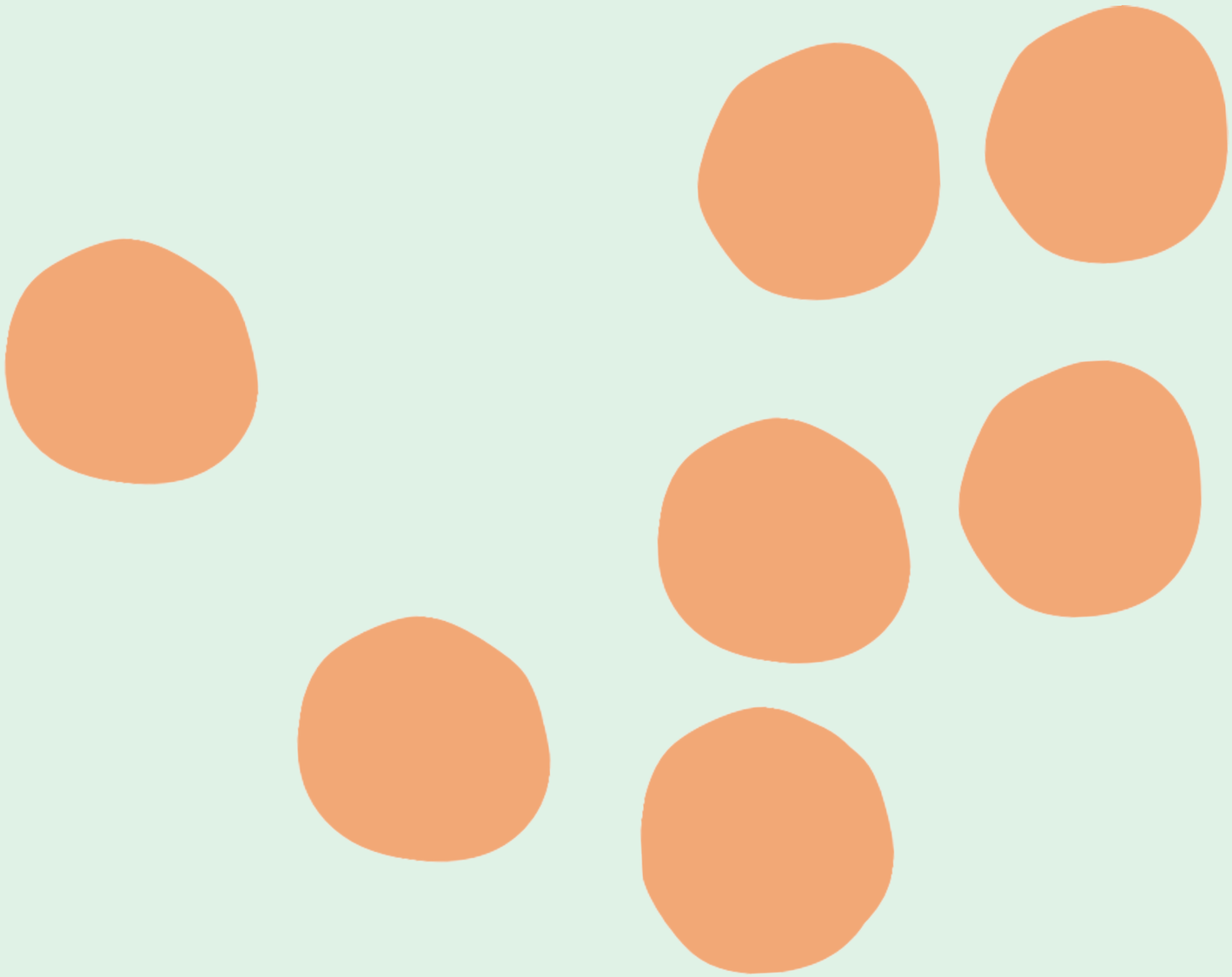
Dehaene, 1992

Combien de points voyez-vous?









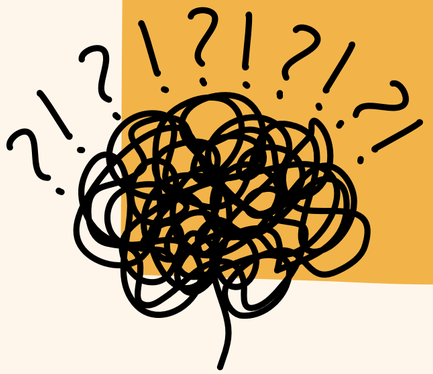
Vous venez de “subitiser”

- système numérique précis (SNP),
- pour des petites quantités jusqu’à 5,
- présent dès la naissance et se précise avec les expériences,
- subitizing “aléatoire” vs subitizing “conceptuel”.

→ Peut s’entraîner mais le transfert sur les capacités de calculs n’est pas clairement démontré.

Quand s’inquiéter?

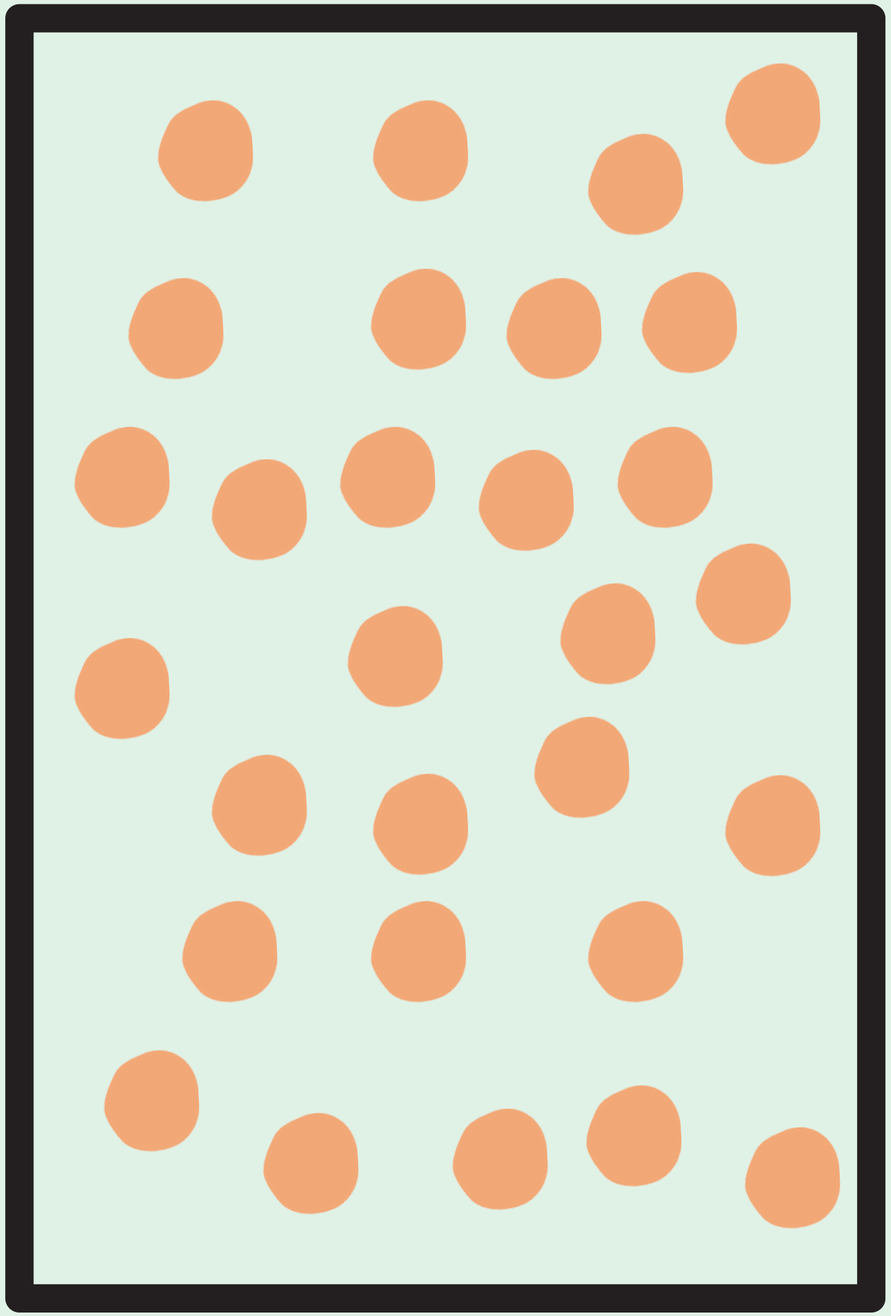
- 1P:
  - subitizing aléatoire: lenteur dans la réponse (car l’enfant compte au lieu de reconnaître la quantité).
- 1-2P :
  - subitizing conceptuel : l’enfant recompte les points de la constellation.

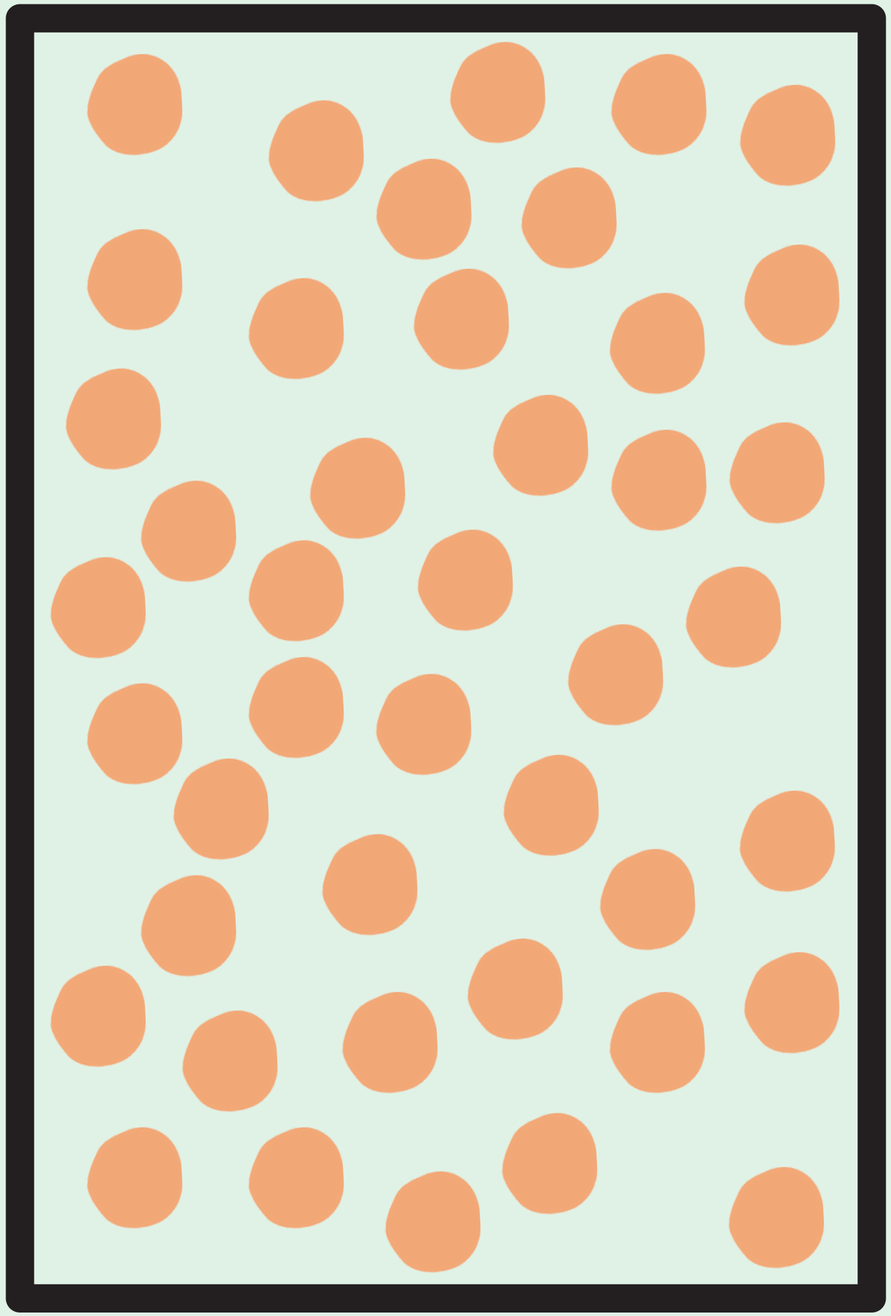


- pas besoin d’entraînement spécifique pour le subitizing aléatoire,
- entraîner le subitizing conceptuel (constellation du dé),
- laisser dénombrer les petites quantités lorsque c’est nécessaire.

A l’école

Quel rectangle comporte le plus de points?





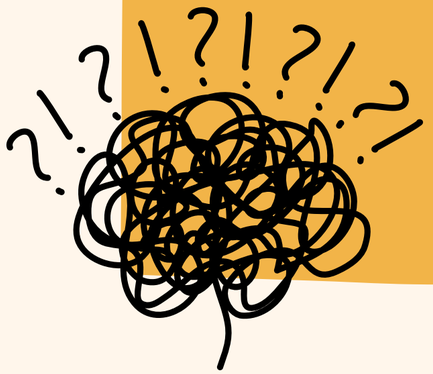
Avez-vous douté?

- système numérique approximatif (SNA),
- pour les plus grandes quantités,
- présent dès la naissance et se précise avec les expériences,
- capacité de dire approximativement la quantité d'objets présents.

→ Peut s'entraîner mais le transfert sur les capacités de calculs n'est pas clairement démontré.

Quand s’inquiéter?

- 1-2P:
  - erreurs d’estimation importantes de manière régulière.
- 3-4P:
  - erreurs d’estimation,
  - erreurs dans les calculs (3+9 = 4).



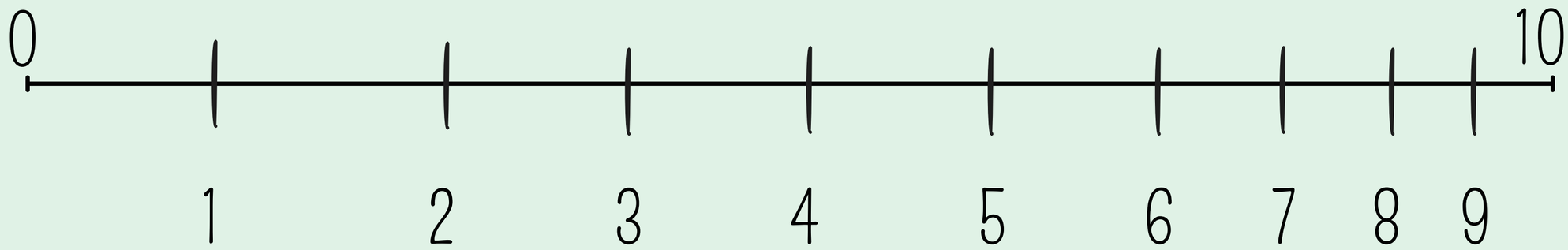
- compter les collections lorsque l’estimation n’est pas correcte --> expérimentation,
- manipuler lors des calculs pour faire prendre conscience des quantités,
- laisser dénombrer ceux qui en ont besoin.

A l’école

La ligne numérique mentale

La ligne numérique mentale

- LNM peu précise au départ (échelle logarithmique)


0
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9

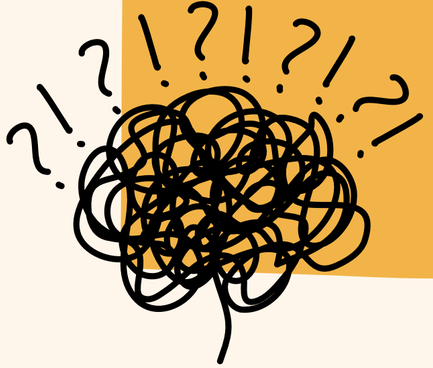
La ligne numérique mentale

- LNM peu précise au départ (échelle logarithmique),
- 4-7 ans: précision de 0 à 10,
- vers 7 ans, 0-100, logarithmique au-delà,
- vers 9-10 ans, 0 à 1000, échelle linéaire,
- échelle logarithmique plus longtemps chez les enfants TSAM.

→ Les entraînements à la ligne numérique sont efficaces et améliorent les représentations numériques et le calcul.

Quand s’inquiéter?

- 1-2P:
  - difficultés à placer les chiffres de 0 à 10 sur la ligne,
  - peu de progrès malgré l’entraînement.
- 3-4P:
  - ligne numérique qui ne se précise pas de 0 à 100, malgré l’entraînement.



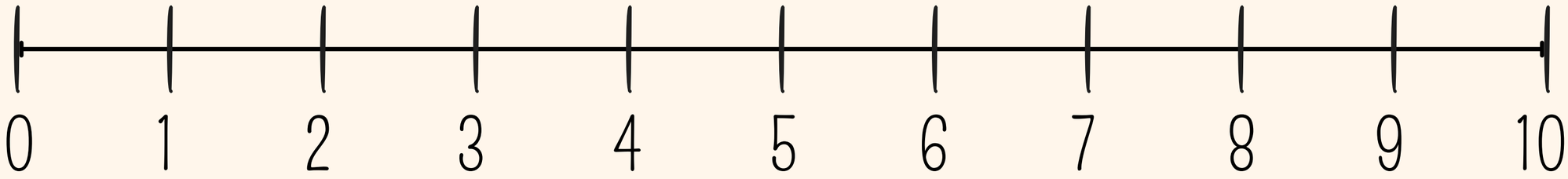
- utiliser de la ligne numérique pour dénombrer, compter, calculer,

- augmenter la difficulté petit à petit.

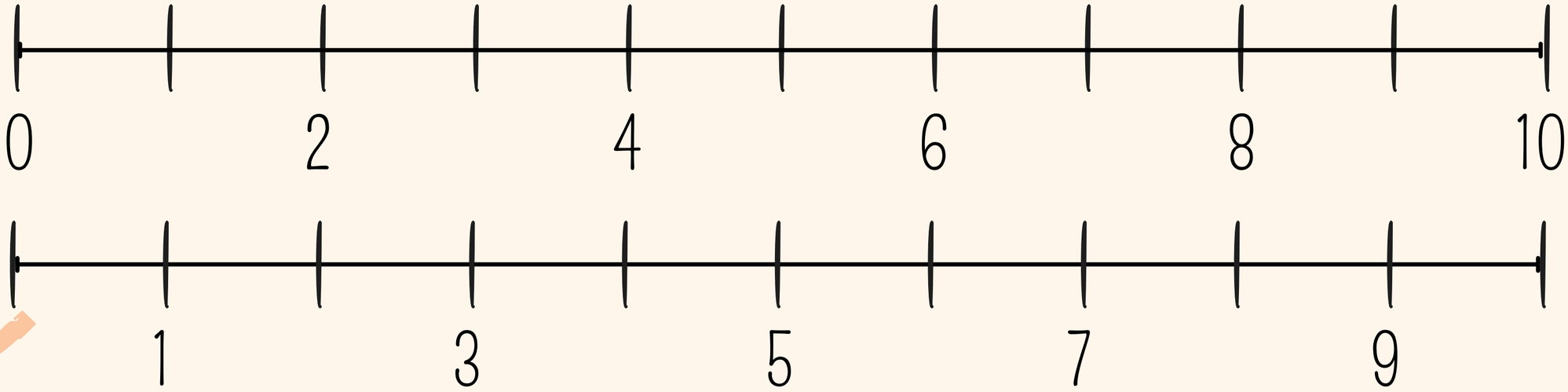
A l'école

Augmenter la difficulté

1) Ligne de 0 à 10 avec tous les nombres.

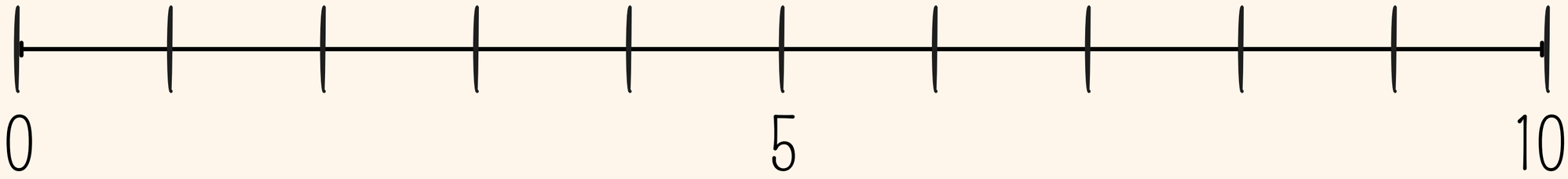


2) Ligne de 0 à 10 avec 1 nombre sur deux.

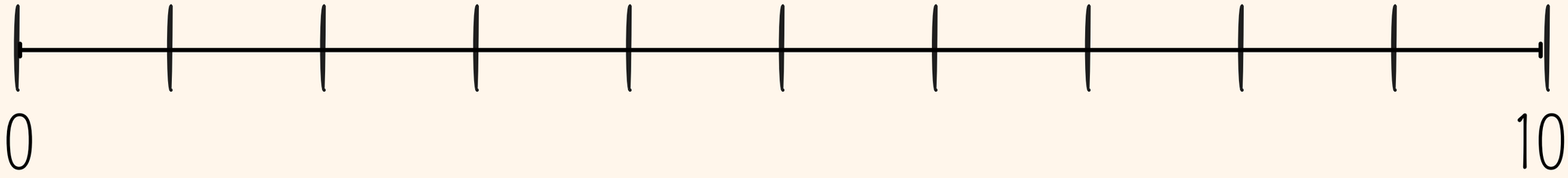


Augmenter la difficulté

3) Ligne de 0 à 10 avec les nombres 0-5-10.

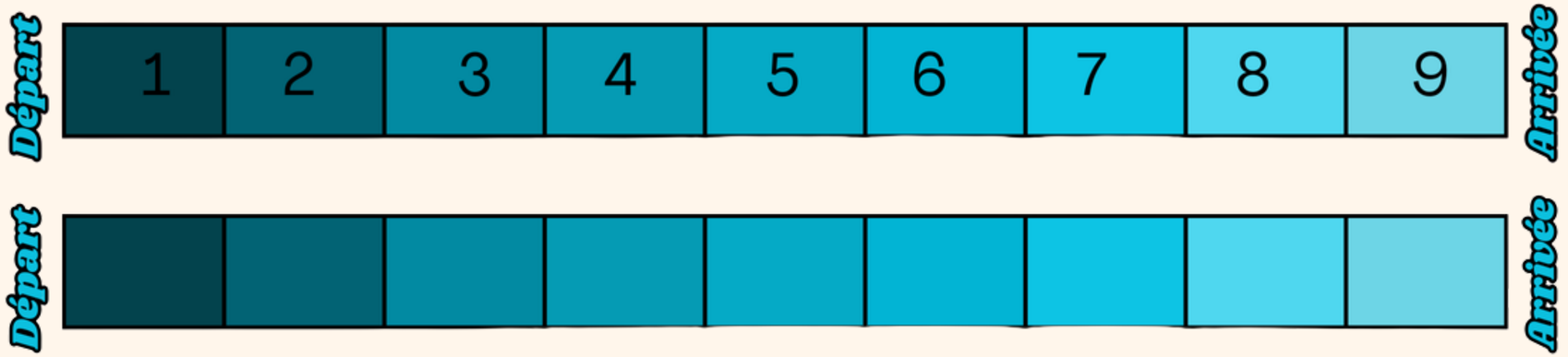


4) Ligne de 0 à 10 avec les bornes extérieures.

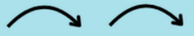
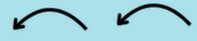


Idées d’utilisation

- Jeu de l’oie linéaire

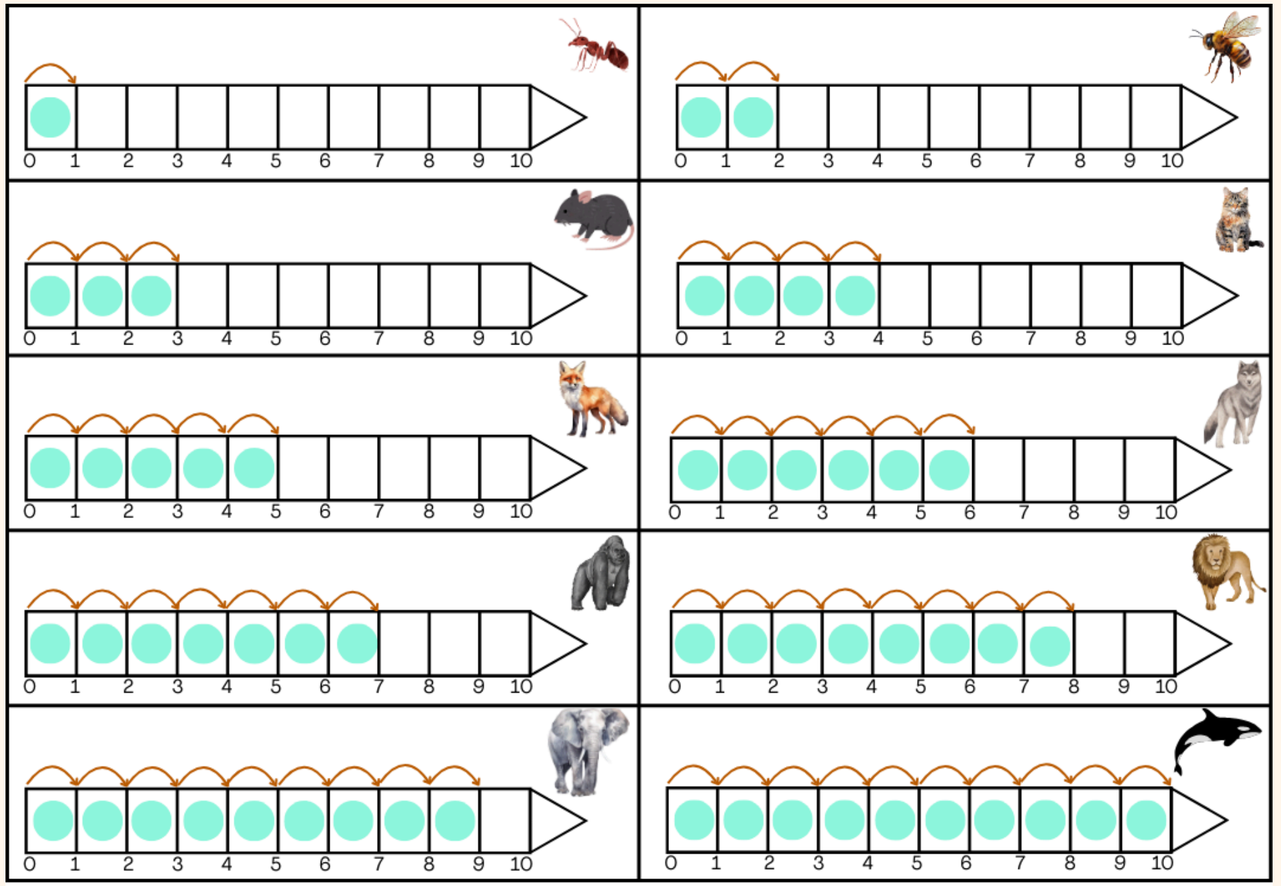


+1	+2	+3
-1	-2	-3
Avance de 1 saut	Avance de 2 sauts	Avance de 3 sauts
Recule de 1 saut	Recule de 2 sauts	Recule de 3 sauts

+1	+2	+3
-1	-2	-3
		
		

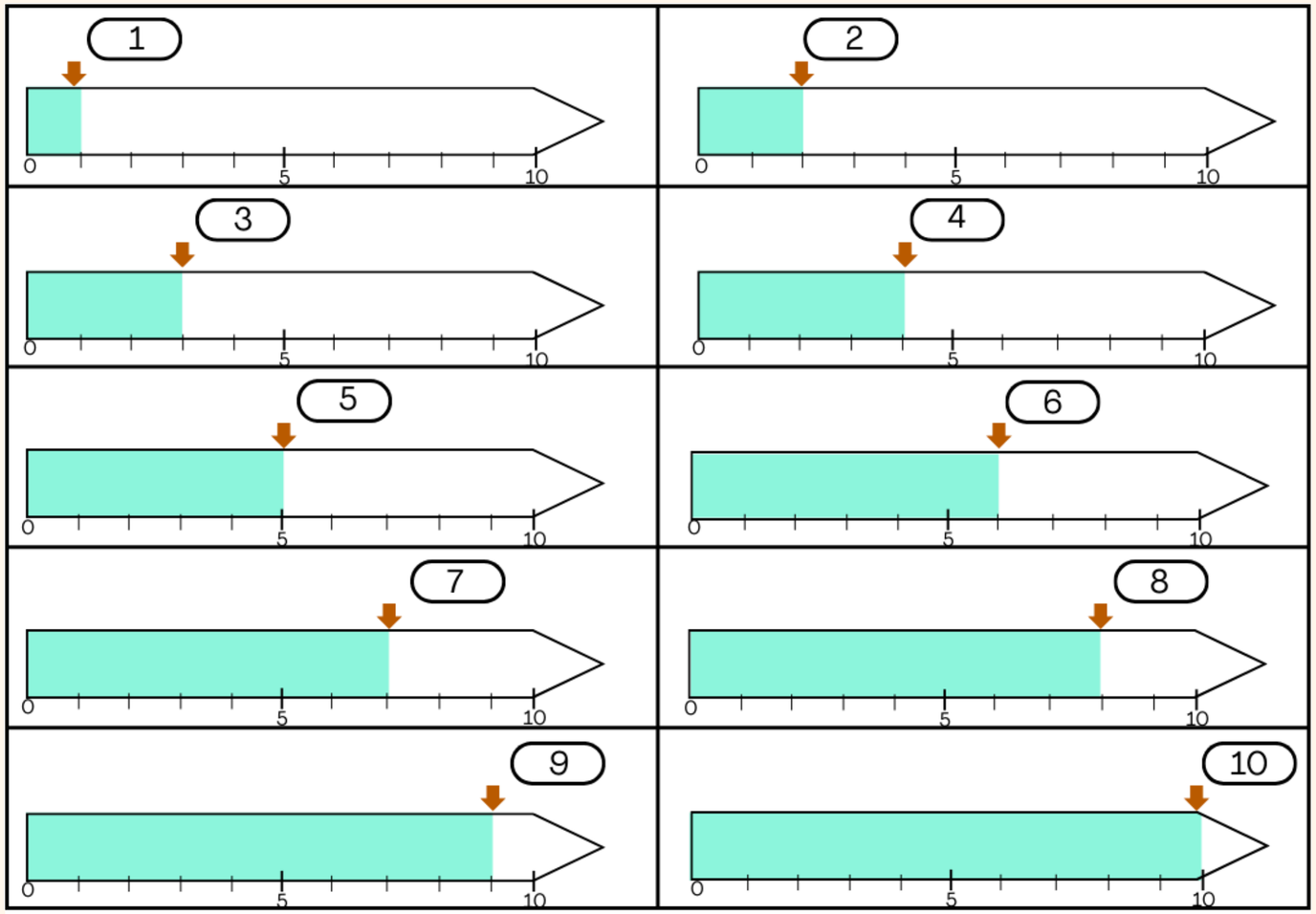
Idées d’utilisation

- Bataille



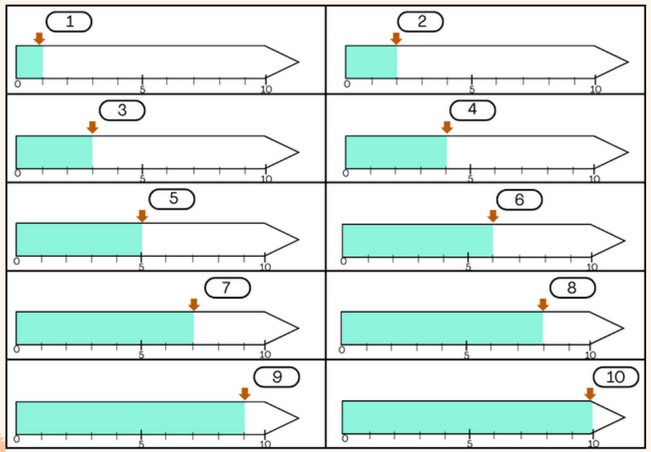
Idées d’utilisation

- Bataille

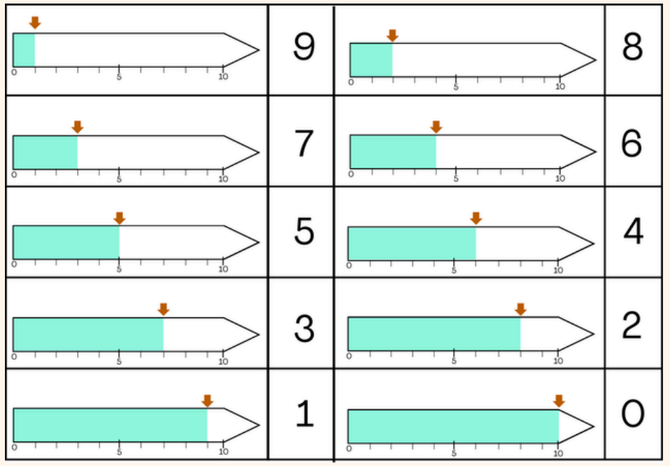


Idées d’utilisation

- Mémory
- Loto
- Domino

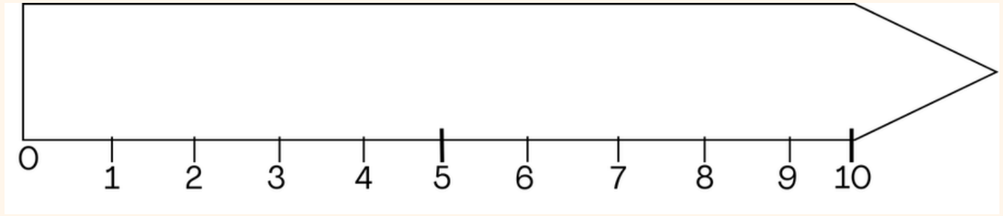


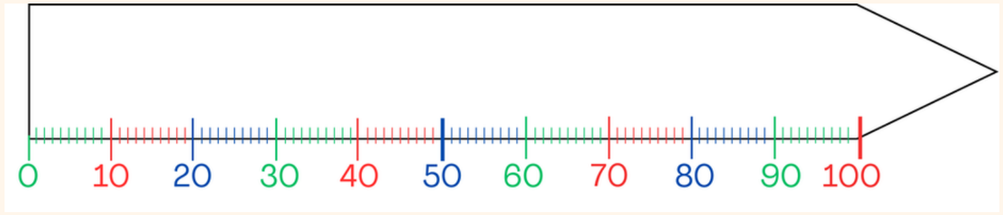
1	6
2	7
3	8
4	9
5	10



Idées d’utilisation

- Placer un nombre sur la ligne.



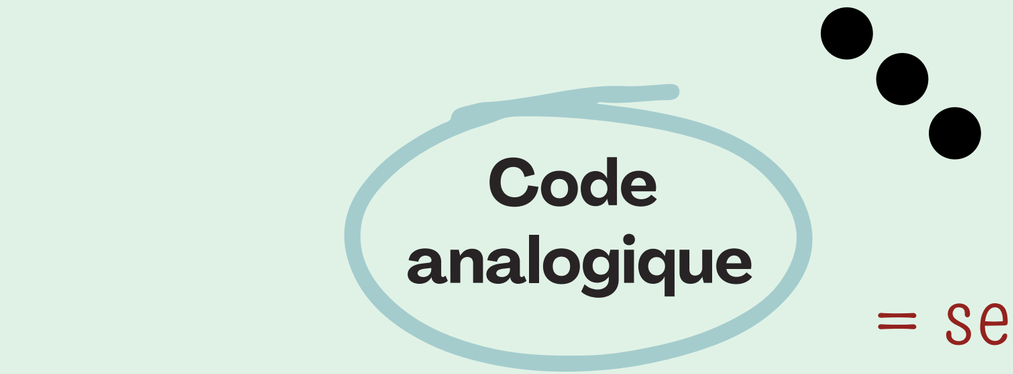


- Repérer où se trouve le nombre x sur la ligne.
- Comparer deux nombres.

Le triple code en résumé...

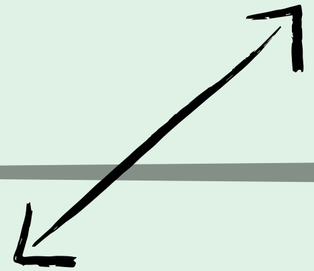
INNE

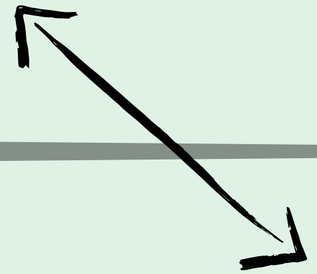
ACQUIS



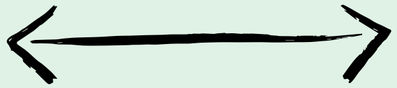
Code analogique

= sens du nombre





Code verbal



Code arabe

/trwa/

3

Dehaene, 1992

Le code oral

Développement du code oral

- début des acquisitions des mots-nombres vers 2 ans,
- débute par la reproduction de la comptine numérique,
- dépend de l'environnement et de l'intérêt de l'enfant,
- s'élabore petit à petit, différents niveaux d'élaboration.

Le chapelet

un deux trois quatre cinq six

Tiré de “les troubles des apprentissages en mathématiques” R.Samier et S.Jacques, Tom Pousse

La chaîne insécable

un — deux — trois — quatre — cinq — six

→ début du dénombrement de collection

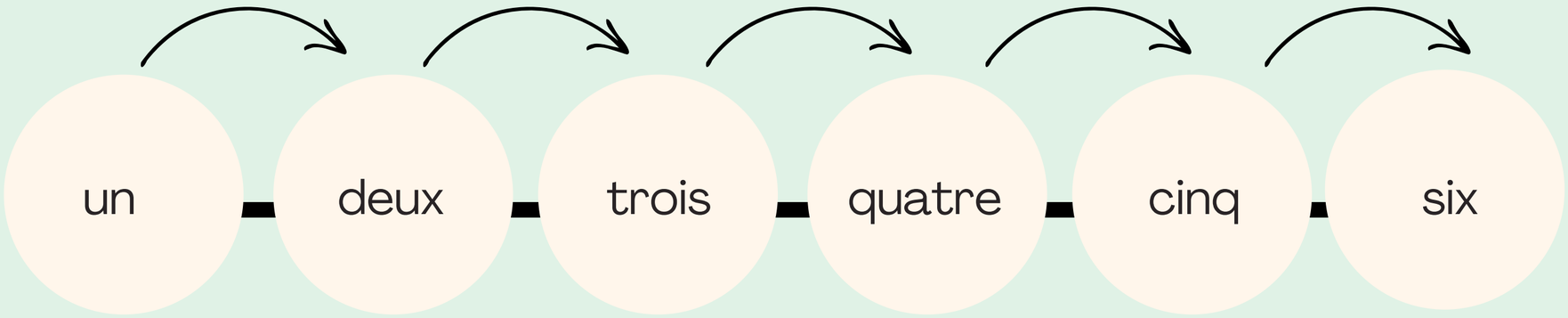
Tiré de “les troubles des apprentissages en mathématiques” R.Samier et S.Jacques, Tom Pousse

La chaîne sécable

un - deux - trois - quatre - cinq - six

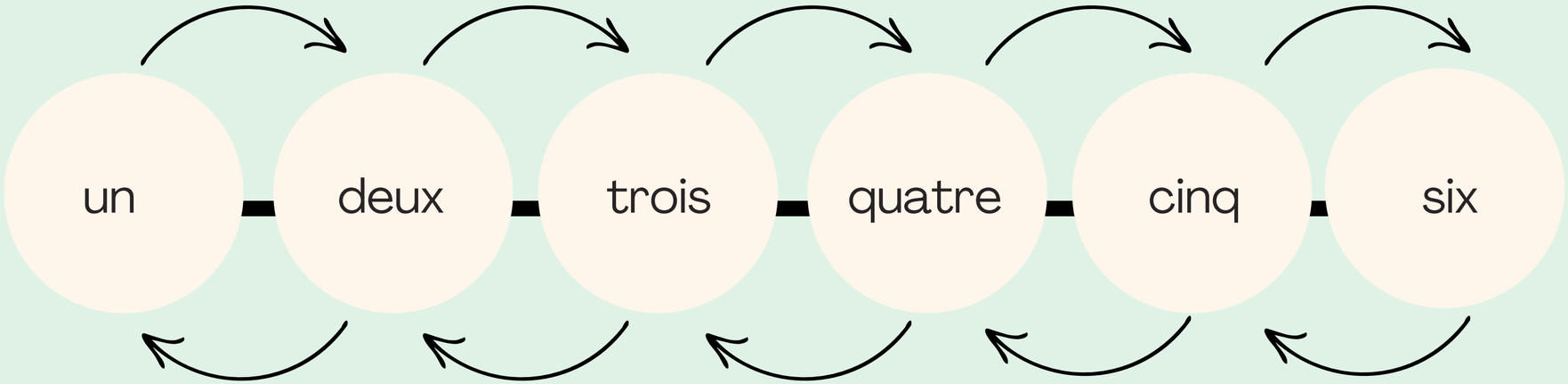
Tiré de “les troubles des apprentissages en mathématiques” R.Samier et S.Jacques, Tom Pousse

La chaîne dénombrable



Tiré de “les troubles des apprentissages en mathématiques” R.Samier et S.Jacques, Tom Pousse

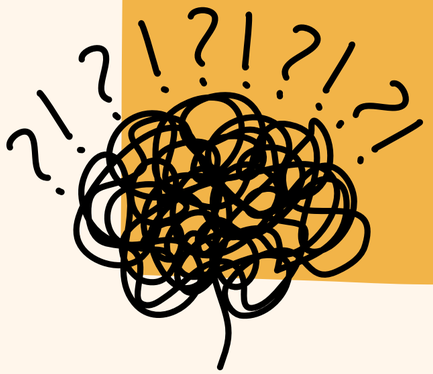
La chaîne bidirectionnelle



Tiré de “les troubles des apprentissages en mathématiques” R.Samier et S.Jacques, Tom Pousse

Quand s’inquiéter?

- peu d’études sur les difficultés observées chez les enfants avec TSAM à propos de la chaîne numérique,
- lenteur dans le comptage pour les enfants de 8-9 ans :
  - entre 45 et 65 (pas entre 0 et 20),
  - comptage 2 par 2 --> 20,
  - comptage à rebours de 20 à 1.



- utiliser des comptines (un, deux, trois, nous irons au bois),
- associer la chaîne numérique à la ligne numérique mentale,
- compter en rythme avec variation,
- compter en alternance,
- chaîne numérique lacunaire,
- compter ses pas,
- compter entre les bornes.

A l'école

Le dénombrement

Le dénombrement

- prérequis: chaîne numérique insécable, avec une partie stable et conventionnelle,
- capacité à attribuer un cardinal à une collection,
- en dénombrant, l'enfant acquiert progressivement 5 principes.

Les 5 principes de Gelman et Galistel (1978)

- le principe de l’ordre stable,
- le principe de correspondance terme à terme,
- le principe de cardinalité,
- le principe d’abstraction,
- le principe de non-pertinence de l’ordre.

Les 5 principes de Gelman et Galistel (1978)

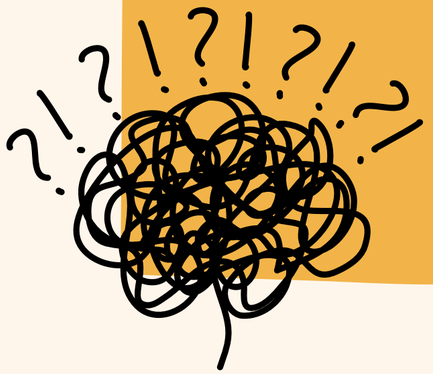
- **le principe de l'ordre stable,**
- **le principe de correspondance terme à terme,**
- **le principe de cardinalité,**
- le principe d'abstraction,
- le principe de non-pertinence de l'ordre,

→ Les 3 premiers principes sont nécessaires afin de pouvoir dénombrer une collection.

Quand s’inquiéter?

- 5-6 ans:
  - mauvais maîtrise du principe de cardinalité, de la correspondance terme à terme.

- 7-8 ans:
  - enfant incapable de dénombrer sans utiliser le pointage digital.

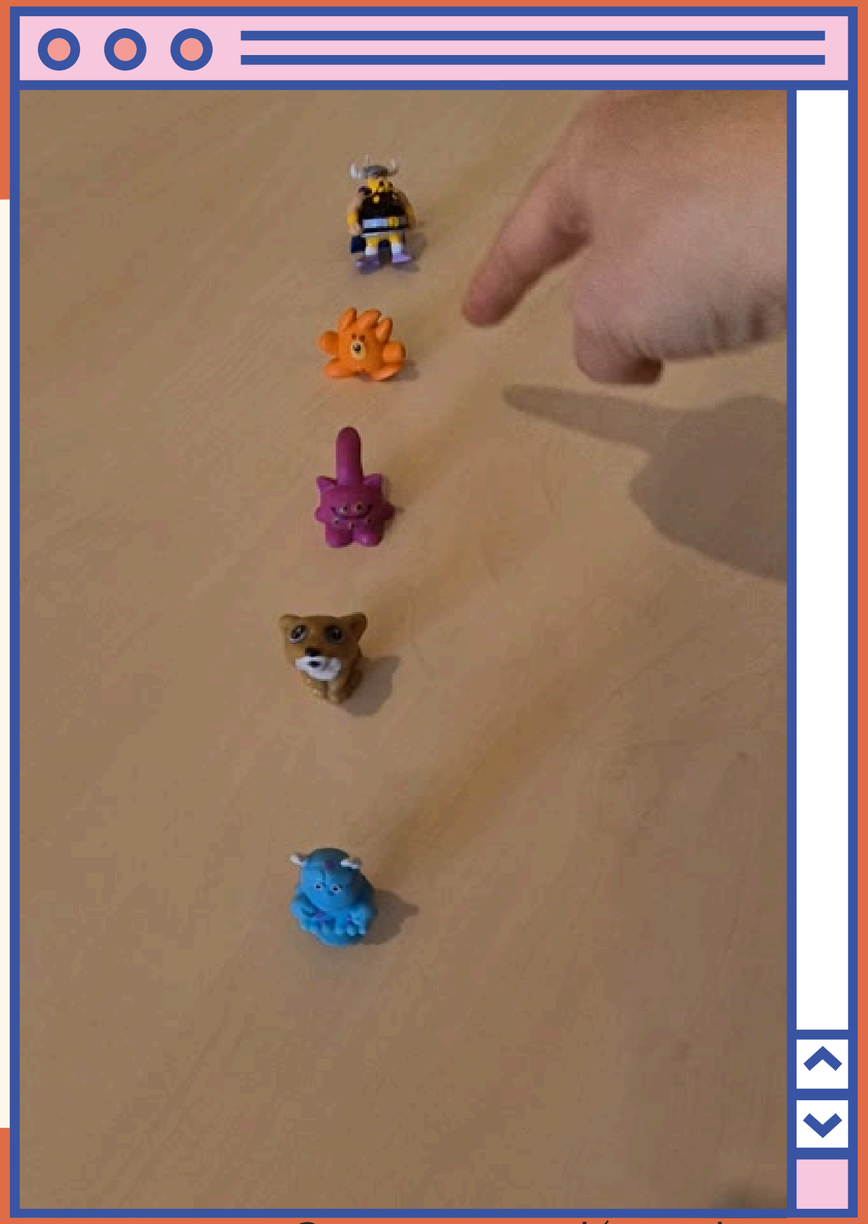


- dénombrer des collections en comptage-dénombrement.

Comptage-numérotage

A l'école

- dénombrer des collections en comptage-dénombrement.



Comptage-dénombrement

A l'école

- dénombrer des collections en comptage-dénombrement,

- à la fin du comptage, demander : “Combien y a-t-il **en tout**?”

A l’école

A l'école

- Erreurs de dénombrement:
  - d'abord en ligne puis aléatoire,
  - barrer ce qui a déjà été compté,
  - tracer un chemin d'un objet à l'autre pour ensuite compter,
  - montrer une stratégie de balayage de gauche à droite et de haut en bas.

aux enfants qui présentent des difficultés visuo-spatiales

La numération

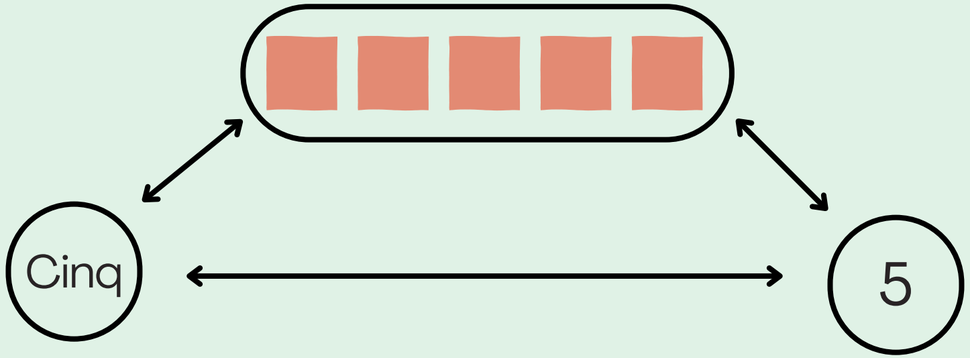
La numération

- numération décimale,
- positionnelle,
- pour l’acquérir il faut:
  - percevoir la position du chiffre dans l’ensemble du nombre,
  - comprendre la valeur associée à chaque position,
  - pouvoir faire le lien entre code oral et arabe (“treize”, “quatre-vingts”).

Conception unitaire

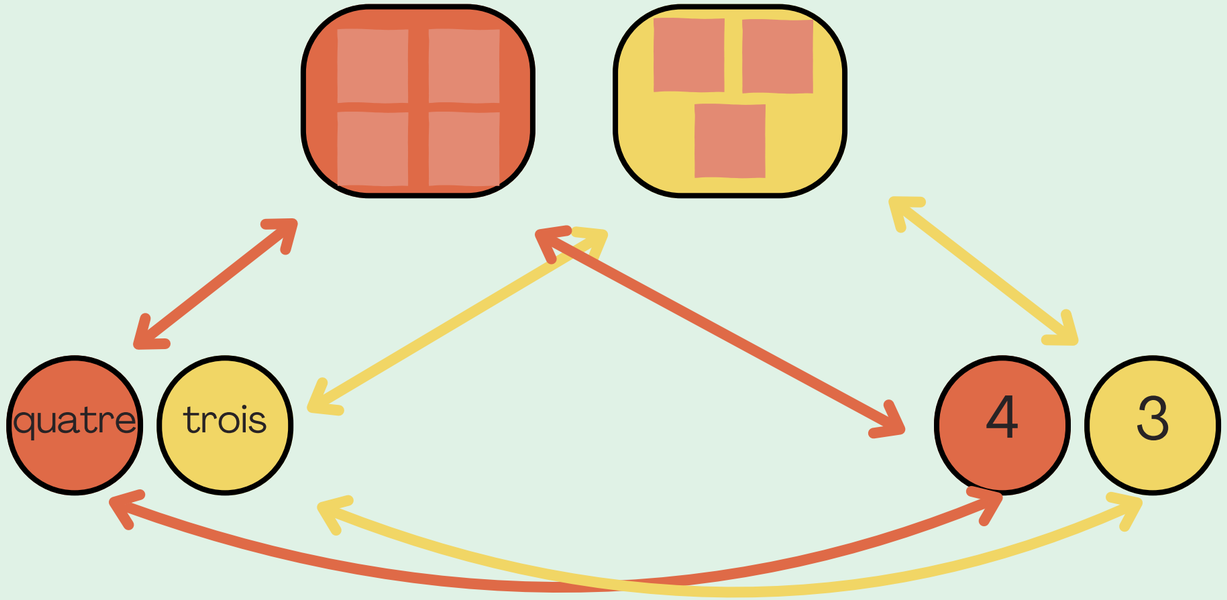
Conception unitaire des nombres à 1 chiffre:

- dès 1-2P,
- mise en relation des mots-nombres, du code arabe et du référent.



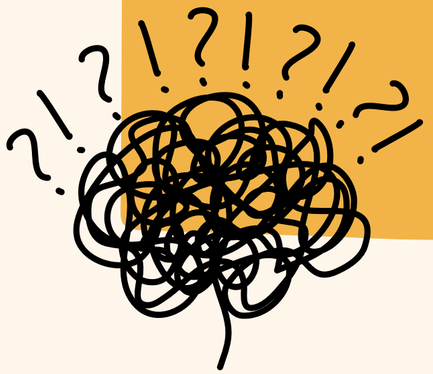
Conception erronée

- Transposition de ce qui est compris avec des nombres à 1 chiffre à des nombres à 2 chiffres.



Quand s’inquiéter?

- enfant qui maintient la conception erronée de la numération.
- erreurs positionnelles régulières,
- enfant qui a toujours besoin de repasser par la manipulation.



A l'école

- manipuler avec l'enfant, beaucoup, souvent,
- l'accompagner dans une bonne conception de la numération,
- matériel
  - Allumettes, cubes,
  - Différentes étapes visibles.
- favoriser la transformation vs échange.

A l'école

- Passer par la manipulation +++
  - manipulation + verbalisation de l'adulte,
  - manipulation + verbalisation de l'enfant,
  - manipulation + code,
  - manipulation + code différé,
  - code (vérification par manipulation si nécessaire).

Les allumettes

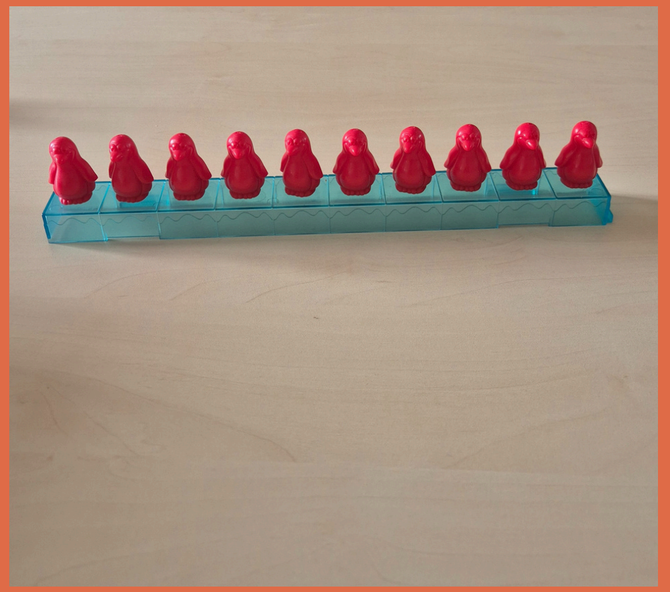
Unité

Dizaine

Centaine

Les pingouins

Unité

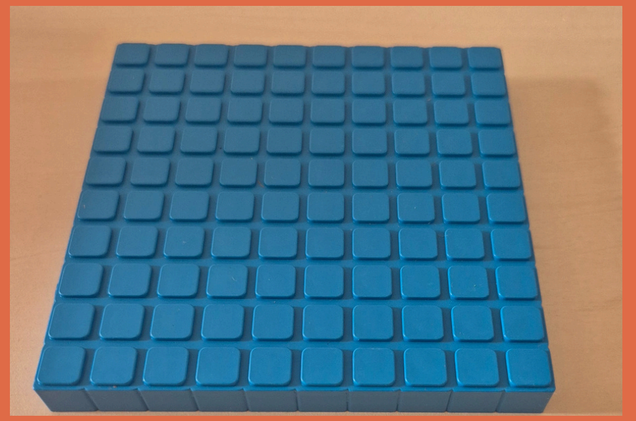


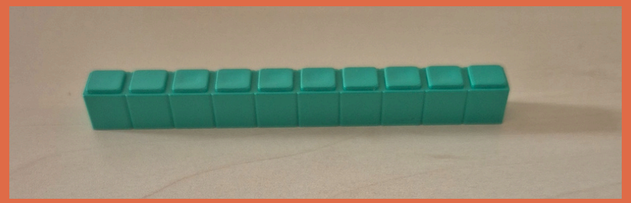
Dizaine

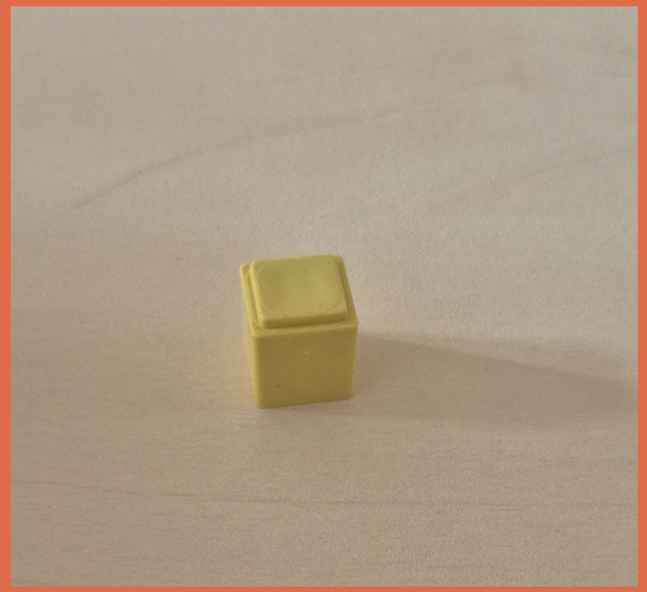
Centaine

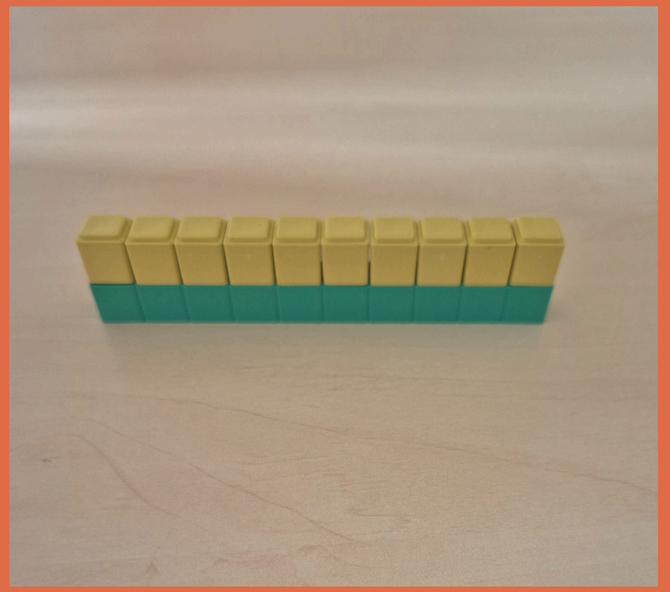
Learning Ressources, Pinguins one ice

Les blocs multibase









Unité

Dizaine

Centaine

Blocs multibase, Aktivlernen

Le transcodage

Le transcodage

Capacité de passer d'un code à l'autre:

- dictée de nombres: code oral à code arabe,
- lecture de nombres: code arabe à code oral.

Pour transcoder correctement, il faut connaître:

- le code oral (lexique et règles syntaxiques),
- le code arabe (la compréhension en base 10 et le système positionnel).

Les erreurs de transcodage

Les erreurs lexicales:

- écrit “50” pour “quinze”,
- lit “trois-cent-septante-deux” pour “362”.

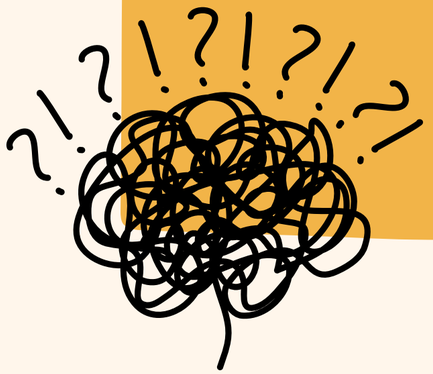
Les erreurs syntaxiques:

- écrit “607” pour “67”,
- lit “trois mille” pour “300” .

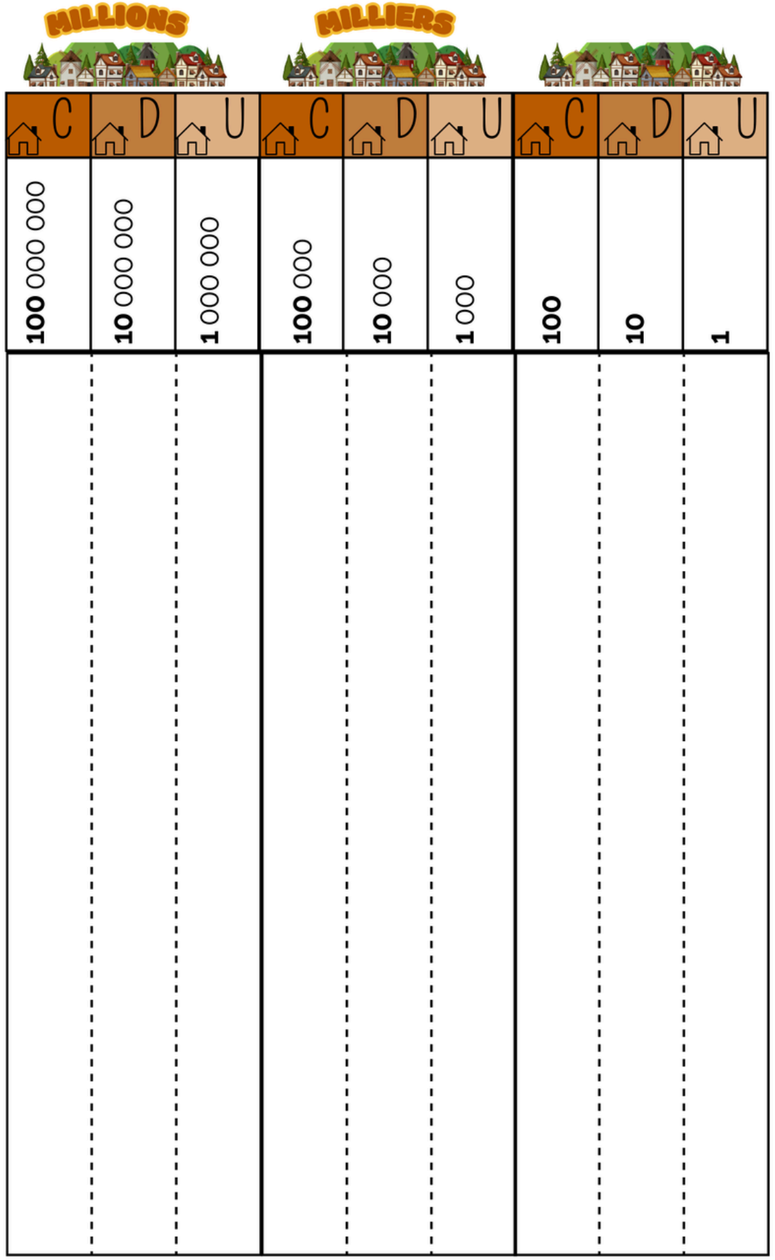
Les erreurs les plus fréquentes sont les erreurs syntaxiques (ajout de 0)

Quand s’inquiéter?

- persistance des erreurs malgré un entraînement régulier,
- erreurs syntaxiques surtout,
- incompréhension de la valeur positionnelle du 0.



- Abaque des nombres:
  - villages et maisons,
  - qui sont mes voisins?
  - maison vide,
  - mise en lien de la régularité.



Eloïse Eusebio-Christe - Logopédiste

L’arithmétique

L’arithmétique

- **addition, soustraction**, multiplication et division,
- capacités arithmétiques primitives,
- dès 2,5 ans : capacité à résoudre des petits problèmes d’addition et de soustraction (présentation non verbale),
- 3 ans : résolution de petits calculs en utilisant des objets,
- 4-5 ans: passage à l’utilisation des doigts pour résoudre des petits calculs.

L’arithmétique

- Stratégies de résolution de calcul évoluent. Deux sortes:
  - stratégies procédurales:
    - basées sur le comptage,
    - basées sur des calculs plus complexes,
    - basées sur le calcul écrit.
  - stratégies de récupération.

Les stratégies - Addition

- counting all :
  - compter terme 1 - compter terme 2 - compter tout.
- counting on :
  - ajouter terme 2 au terme 1 ou inverse,
  - chaîne sécable nécessaire.
- couting min :
  - sélectionner le plus grand terme - ajouter 2ème terme.

Stratégie de soustraction

- counting down :
  - Compter à rebours depuis le premier terme.

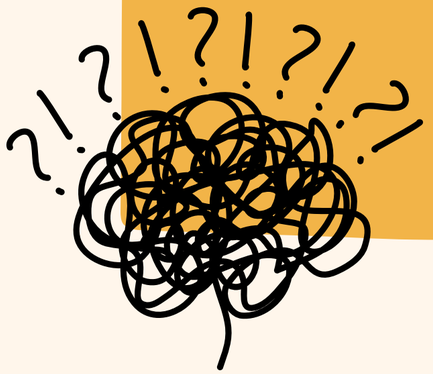
- counting up :
  - Compter à partir du 2ème terme jusqu’au 1er terme.

Stratégies en calcul complexe

- plusieurs stratégies procédurales existantes pour résoudre des calculs complexes,
- utilisation des stratégies dépend de l'âge et des compétences de l'individu,
- importance de montrer explicitement différentes stratégies pour que l'enfant puisse se les approprier.

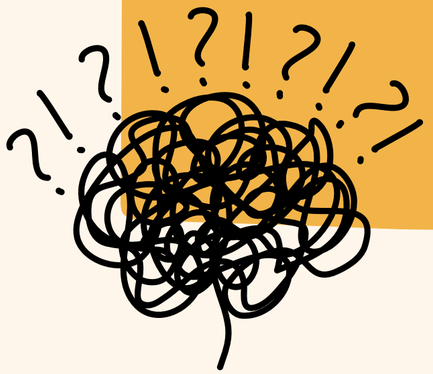
Quand s’inquiéter?

- difficultés à maîtriser les procédures de calcul,
- utilisation de stratégies immatures,
- difficultés à stocker ou récupérer les faits arithmétiques en mémoire à long terme,
- utilisation de matériel ou des doigts pour calculer,



Quand s’inquiéter?

- nombreuses erreurs de calcul simple et complexe,
- difficulté à se rendre compte de la plausibilité de leurs réponses.



- expliciter les différentes stratégies de calcul,
- utiliser de matériel concret pour calculer, puis ligne numérique ou escalier,
- drill des faits arithmétiques,
- mettre de côté tous les exercices chronométrés,

A l'école

- automatiser les compléments à 10,
- valoriser l’utilisation des tables d’addition et de soustraction pour soulager la mémoire,
- représenter des doubles avec les doigts.

A l’école

Ressources

- Des kits pour aider les enfants avec TSAM:
  - Cartables Fantastiques. https://www.cartablefantastique.fr/wp-content/uploads/Ressources/OutilsPourCompenser/Kits/kit_math%C3%A9matiques%20_unique_janv2025.pdf

- Site internet pour travailler les petits calculs et les compléments à 10:
  - https://www.attrape-nombres.com/an/home.php

- Les newsmeros pour favoriser la compréhension du système positionnel en base 10:
  - https://www.newmero.fr/

Bibliographie

Livres:

- **Crocq, M.-A., Guelfi, J.-D., & American Psychiatric Association**. (2016). *DSM-5 : Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux*. Elsevier Masson.
- **Dehaene, S.** (1996). *La bosse des maths: Les chemins inattendus du raisonnement*. Éditions Odile Jacob.
- **Lafay, A.** (2021). *Troubles de la cognition mathématique*. De Boeck Supérieur.
- **Noël, M.-P., & Karagiannakis, G.** (2020). *Dyscalculie et difficultés d'apprentissage en mathématiques : Guide pratique de prise en charge*. De Boeck Supérieur.
- **Samier, R., & Jacques, S**. (2021). *Les troubles d'apprentissage en mathématiques - Comprendre pour mieux agir*. Tom Pousse.

Articles:

- **Cattini, C., & Lafay, L.** (2021). L'*efficacité des interventions en mathématiques chez les enfants ayant un trouble spécifique des apprentissages en mathématiques ou à risque : Synthèse narrative d'une série de revues de littérature systématiques.* Glossa N°131, 87-120
- **Dehaene, S.** (1992). *Varieties of numerical abilities.* Cognition, 44(1–2), 1–42.
- **Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P.** (1993). *The mental representation of parity and number magnitude.* Journal of Experimental Psychology: General, 122(3), 371–396.
- **Dupont, J.** (2019). *Le rôle du comptage sur les doigts dans le développement des habiletés arithmétiques* (Thèse de doctorat).
- **Gelman, R., & Gallistel, C.** (1978). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.
- **Koppel, H.** (1999). B*ases nécessaires pour l'acquisition sereine du système décimal.* In S. Vinter & A. Ménissier (Eds.), *Les activités numériques, opérations logiques et formulations langagières (pp. ??-??).* Presses universitatires franc-comtoises.
- **Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J.** (1982). *The acquisition and elaboration of the number word sequence.* In C. J. Brainerd (Ed.), Children's logical and mathematical cognition (pp. 33-92). Springer.
- **Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P., & Fennema, E.** (1997). *Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction.* Journal for Research in Mathematics Education, 28(2), 130–162.